

Informatica teorica/ Esame del 2 luglio 2015/

Chi fa entrambe le parti non deve fare l'esercizio 2.

Parte 1

Esercizio 1)

Sia f una funzione che riceve in input 3 sottoinsiemi finiti di \mathbb{N} : A , B e C .

La funzione f restituisce 3 insiemi di numeri naturali X , Y e Z così costruiti:

X è costituito dagli elementi di B che sono presenti anche in A ;

Y è costituito dagli elementi di C che sono presenti anche in B ;

Z è costituito dagli elementi di A che sono presenti anche in C .

- 1.1) Indicare un possibile dominio di f .
- 1.2) Indicare un possibile codominio di f .
- 1.3) Rispetto alla risposta data in 1.1, f è totale?
- 1.4) Rispetto alla risposta data in 1.2, f è suriettiva?
- 1.5) f è iniettiva?
- 1.6) f è computabile?
- 1.7) Che cardinalità ha il rango di f ?
- 1.8) Che cardinalità ha il campo di esistenza di f ?
- 1.9) Fornire la definizione di funzione caratteristica di un insieme.
- 1.10) Dimostrare con un diagramma di flusso che f è computabile.

Esercizio 2)

Dimostrare che un insieme A e il suo complemento sono entrambi enumerabili se e solo se A è decidibile.

Esercizio 3)

Scrivere il codice della macchina di Turing che computa la seguente funzione:

$$f(x, y) = \begin{cases} x \cdot y & \text{se } x \leq 2 \\ \perp & \text{altrimenti} \end{cases}$$

Parte 2

Esercizio 4)

Enunciare l'halting problem e dimostrare che non è decidibile.

Esercizio 5)

Dimostrare che le seguenti funzioni sono ricorsive primitive:

5.1) $\max(x, y) = x$ se $x \geq y$, altrimenti y

5.2) $\min(x, y) = x$ se $x < y$, altrimenti y

5.3) $\text{med}(x, y, z) =$ x se $y \leq x \leq z$ oppure $z \leq x \leq y$,
 y se $x \leq y \leq z$ oppure $z \leq y \leq x$,
 z se $x \leq z \leq y$ oppure $y \leq z \leq x$